

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»**

Физико-математический факультет

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«30» апреля 2025 г., протокол № 8

Рабочая программа дисциплины

Математическое моделирование

Специальность:

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Отрасль науки: физико-математические; технические

Форма обучения: очная

Год начала подготовки - 2025

Карачаевск, 2025

Составитель: *канд. физ.-мат. наук, доцент Лайпанова З.М.*

Рабочая программа составлена в соответствии с Федеральным законом Российской Федерации от 29 декабря 2012г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации». Федеральными государственными требованиями к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, утверждённым приказом Минобрнауки России от 20.10.2021 № 951 (Зарегистрировано в Минюсте России 23.11.2021 №65943), Положением о подготовке научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (Постановление Правительства Российской Федерации от 30.11.2021 № 2122)

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры математического анализа на 2025-2026 учебный год, протокол № 8 от 28 апреля 2025г.

Содержание

1. Наименование дисциплины (модуля)	4
2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине.....	4
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	5
4. Распределение трудоемкости дисциплины	5
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий....	6
5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах).....	6
5.2. Содержание по видам учебных занятий.....	7
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю).....	10
7. Фонд оценочных средств для проведения текущей промежуточной и итоговой аттестации	10
7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	10
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	11
8.1 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)	12
9. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем	13
10. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	14
11. Лист регистрации изменений	15

Дисциплина «Математическое моделирование» базируется на знаниях, имеющихся у аспирантов после получения высшего профессионального образования, для качественного усвоения дисциплины аспирант должен знать математический анализ, дифференциальные уравнения, алгебру, уметь пользоваться научной литературой, иметь навыки работы на персональном компьютере. Дисциплина «Математическое моделирование» является интегрированной и предполагает изучение решения разных прикладных задач.

1. Наименование дисциплины (модуля)

Математическое моделирование.

Целями освоения учебной дисциплины «Математическое моделирование» являются изучение теории и практики применения современных математических моделей, методов, информационных технологий по актуальному направлению прикладной и индустриальной математики, которые способствуют развитию аспирантов в следующих направлениях: способности к разработке новых методов исследования и их применению в самостоятельной научно-исследовательской деятельности в области профессиональной деятельности; владение методологией теоретических и экспериментальных исследований, математическими методами, вычислительной техникой и информационными технологиями в области математического моделирования природных процессов и социально-экономических систем, системного анализа, проектирования и создания комплексов программ; разработке новых методов исследования и их применению в области математического моделирования природных процессов и социально-экономических систем, системного анализа, проектирования комплексов программ в сфере науки, техники, технологии и педагогики; способностью представлять на высоком научном уровне полученные результаты в области математического моделирования природных процессов и социально-экономических систем, системного анализа, проектирования комплексов программ в научных публикациях, на симпозиумах и конференциях, в том числе в преподавательской деятельности; способности к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях. Итогом курса является подготовка аспирантов по основным разделам программы кандидатского экзамена специальности Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ – технические и физико-математические науки.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины аспирант должен:

ЗНАТЬ:

1. основные методы научно-исследовательской деятельности.
2. некоторые этические нормы профессиональной деятельности
3. методологию и методы научного исследования; основные формы и методы научно-исследовательской деятельности, способы организации информационно-поисковой, экспериментальной и системно-аналитической деятельности.
4. способы использования базовых теоретических знаний для решения профессиональных задач;

5. способы использования базовых теоретических знаний для решения профессиональных задач;

УМЕТЬ:

1. выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах; критически оценивать любую поступающую информацию, вне зависимости от источника; избегать автоматического применения стандартных формул и приемов при решении задач.
2. планировать и ставить цели проведения фундаментальных и прикладных научных исследований, разрабатывать схему и подбирать методы исследований, анализировать полученные результаты и делать выводы.
3. несистематично следовать этическим нормам профессиональной деятельности
4. планировать и ставить цели проведения фундаментальных и прикладных научных исследований, разрабатывать схему и подбирать методы исследований, анализировать полученные результаты и делать выводы.
5. разрабатывать компьютерно-ориентированные вычислительные алгоритмы решения прикладных задач;

ВЛАДЕТЬ:

1. методами организации научного исследования; навыками планирования, организации и проведения фундаментальных и прикладных научно-исследовательских работ. применять на практике базовые профессиональные навыки;
2. навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях.
3. навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования; навыками выбора методов и средств решения задач исследования.
4. первично этическими нормами профессиональной деятельности
5. методами организации научного исследования; навыками планирования, организации и проведения фундаментальных и прикладных научно-исследовательских работ. Место дисциплины в структуре образовательной программы

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Учебная дисциплина «Математическое моделирование» входит в образовательный компонент образовательной программы высшего образования в аспирантуре и является обязательной дисциплиной. Изучается на 3, 4, 5 семестрах. Индекс в учебном плане 2.1.2.

4. Распределение трудоемкости дисциплины

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 63ЕТ

Объем дисциплины	Всего часов
	для очной формы обучения
Общая трудоемкость дисциплины	144
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) * (всего)	16
Аудиторная работа (всего):	16
в том числе:	
лекции	8
семинары, практические занятия	8
практикумы	-
Лабораторные работы	-
Внеаудиторная работа:	
В том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем:	-
курсовое проектирование	-
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)	-
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	128
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен)	Зачет, экзамен

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

ДЛЯ ОЧНОЙ ФОРМЫ

№ п/п	Раздел дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)				
			Всего	Аудиторные уч. занятия			Самост. работа
				Лек.	Пр/сем.	Лаб.	
1.	Раздел 1. Математические основы моделирования	52	4	4		44	
2.	Раздел 2. Методы математического моделирования	46	2	2		42	
3.	Раздел 3. Компьютерные технологии	46	2	2		42	
Всего по видам учебных занятий		144	8	8		128	

5.2. Содержание по видам учебных занятий

Структура и содержание дисциплины

ДЛЯ ОЧНОЙ ФОРМЫ

Наименование разделов и тем	Вид занятия	Семестр	Часов	Литература	
Раздел 1. Математические основы					
1.1.	Элементы теории функций и функционального анализа. Линейные непрерывные функционалы	Сам.раб.	3	10	Л1.6, Л2.10
1.2.	Случайные величины и векторы. Элементы корреляционной теории случайных векторов. Элементы теории случайных процессов. Элементы многомерного статистического анализа	Лекции	3	2	Л2.8, Л1.6
1.3.	Теорема Хана—Банаха	Лекции	4	2	Л2.4, Л1.6
1.4.	Экстремальные задачи. Задачи на минимакс. Принцип динамического программирования	Практические	3	4	Л1.6, Л2.11, Л1.7
1.5.	Теория вероятностей. Математическая статистика	Сам. работа	3	10	Л1.6, Л2.11, Л1.7
1.6.	Аксиоматика теории вероятностей	Сам. работа	3	8	Л2.5, Л1.6
1.7.	Основные понятия теории статистических решений. Основы теории информации	Сам. работа	3	16	Л1.6, Л2.10, Л2.11, Л1.7

Наименование разделов и тем	Вид занятия	Семестр	Часов	Литература	
2.1.	Принятие решений	Лекции	4	2	Л1.6, Л2.11, Л1.7
2.2.	Общая проблема решения	Сам. работа	4	10	Л1.6, Л2.11, Л1.7
2.3.	Функция потерь	Практические	4	2	Л1.6, Л2.11, Л1.7
2.4.	Байесовский и минимаксный подходы	Сам. работа	4	10	Л1.6, Л2.11
2.5.	Метод последовательного принятия решения. Основы теории игр. Исследование операций	Сам. работа	4	11	Л1.6, Л2.11
2.6.	Системы поддержки принятия решений	Сам. работа	4	11	Л1.6, Л2.11
Раздел 3. Компьютерные технологии					
3.1.	Численные методы. Основные понятия	Лекции	4	2	Л1.6, Л2.10, Л2.11
3.2.	Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей	Сам. работа	4	5	Л1.6
3.3.	Численное дифференцирование	Сам. работа	4	5	Л2.8, Л1.6
3.4.	Численное интегрирование	Сам. работа	4	5	Л2.4, Л1.6
3.5.	Численные методы поиска экстремума.	Сам. работа	4	5	Л1.6, Л2.10,

Наименование разделов и тем		Вид занятия	Семестр	Часов	Литература
	Вычислительные методы линейной алгебры. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений. Сплайн-аппроксимация, интерполяция, метод конечных элементов				Л2.11, Л1.7
3.6.	Методы оценки погрешностей вычислительных алгоритмов	Сам. работа	4	5	Л1.6, Л2.11
3.7.	Основные принципы математического моделирования	Сам. работа	4	5	Л1.6, Л2.11
3.8.	Элементарные математические модели в механике, гидродинамике, электродинамике	Сам. работа	4	5	Л1.6, Л2.11
3.9.	Универсальность математических моделей	Сам. работа	4	5	Л1.6
4.0	Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы	Практические	4	2	Л1.6
4.1.	Вариационные принципы построения математических моделей. Методы исследования математических моделей. Устойчивость. Проверка адекватности математических моделей	Сам. работа	4	2	Л1.6, Л2.10, Л2.11, Л1.7

Наименование разделов и тем		Вид занятия	Семестр	Часов	Литература
4.2.	Экзамен проводится без выделения учебных час.	Экзамен	4		

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Помимо рекомендованной основной и дополнительной литературы, в процессе самостоятельной работы студенты могут пользоваться следующими методическими материалами:

Методические материалы находятся в открытом доступе на кафедре математического анализа и в ауд. №27.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущей промежуточной и итоговой аттестации

Текущий и промежуточный контроль качества усвоения знаний по дисциплине «Математическое моделирование» проводится в форме опроса в процессе и в форме тестирования.

Итоговый контроль проводится в форме зачета и экзамена

7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Перечень примерных контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы **Вопросы к экзамену по курсу «Математическое моделирование».**

1. Понятие меры и интеграла Лебега. Метрические и нормированные пространства. Пространства интегрируемых функций.
2. Линейные непрерывные функционалы. Линейные операторы.
3. Элементы спектральной теории.
4. Дифференциальные и интегральные операторы.
5. Экстремальные задачи в евклидовых пространствах.
6. Математическое программирование, линейное программирование, выпуклое программирование. 7. Минимаксный подход. Метод апостериорного риска. Задачи на минимум.
8. Аксиоматика теории вероятностей. Вероятность, условная вероятность. Независимость. Случайные величины и векторы.
9. Элементы корреляционной теории случайных векторов. Элементы теории случайных процессов. Точечное и интервальное оценивание параметров распределения.
10. Элементы теории проверки статистических гипотез. Элементы многомерного статистического анализа.
11. Основные понятия теории статистических решений. Основы теории информации.
12. Общая проблема решения. Функция потерь. Байесовский и минимаксный подходы. Метод последовательного принятия решения.
13. Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей.
14. Численное дифференцирование и интегрирование. Численные методы поиска экстремума.
15. Вычислительные методы линейной алгебры. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений.
16. Сплайн-аппроксимация, интерполяция, метод конечных элементов.
17. Преобразования Фурье, Лапласа, Хаара и др.

18. Численные методы вейвлет-анализа.
19. Принципы проведения вычислительного эксперимента. Модель, алгоритм, программа.
20. Представление о языках программирования высокого уровня. Пакеты прикладных программ.
21. Элементарные математические модели в механике, гидродинамике, электродинамике. Универсальность математических моделей.
22. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы.
23. Вариационные принципы построения математических моделей.
24. Методы исследования математических моделей. Устойчивость. Проверка адекватности математических моделей.
25. Математические модели в статистической механике, экономике, биологии. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем.
26. Модели динамических систем. Особые точки. Бифуркации. Динамический хаос.
27. Эргодичность и перемешивание. Понятие о самоорганизации. Диссипативные структуры. Режимы с обострением.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература

1. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем. Учебник для вузов. М.: Высш. шк., 2001.- 343 с.
2. Самарский А.А. Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. 2-е изд., испр. — М.: Физматлит, 2002. — 320 с. 7.2 Дополнительная литература
3. Вержбицкий В.М. Основы численных методов: учебник. - М.: Высшая школа, 2002. - 840 с. 11
4. Суворова Н.И. Информационное моделирование. Величины, объекты, алгоритмы. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. - 128 с. 5. Теория вероятностей и математическая статистика. Математические модели / В.Д. Мятлев и др. - М.: Академия, 2009. - 320 с.
6. Гульятяев А.К. Ма1ЬаЬ 5.2. Имитационное моделирование в среде Windows. - СПб.: Корона-принт, 1999. - 288 с.
7. Дьяконов В. MATLAB. Обработка сигналов и изображений: спец. справочник / В. Дьяконов, И. Абраменко. - СПб: Питер, 2002. - 608 с.
8. Дьяконов В. MATLAB. Анализ, идентификация и моделирование систем: спец. справочник / В. Дьяконов, В. Круглов. - СПб: Питер, 2002. - 448 с.

Ресурсы ЭБС.

1. Дифференциальные уравнения: практикум / Л.А. Альсевич, С.А. Мазаник, Г.А. Расолько, Л.П. Черенкова. - Минск: Высшая школа, 2012. - 384 с. - ISBN 978-985-06-2111-5; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=135999](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=135999) (22.11.2016).
2. Асташова, И.В. Дифференциальные уравнения / И.В. Асташова, В.А. Никишкин. - М.: Евразийский открытый институт, 2011. - Ч. 2. - 108 с. - ISBN 978-5-374-00487-8; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90342](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90342) (22.11.2016).
3. Коврижных, А.Ю. Дифференциальные и разностные уравнения / А.Ю. Коврижных, О.О. Коврижных; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. - Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2014. - 150 с. - ISBN 978-5-7996-1341-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275742](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275742) (22.11.2016).
4. Васильева, А.Б. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах / А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов. - М.: Физматлит, 2005. - 214 с. - ISBN 5-9221-0628-7; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68123](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68123) (22.11.2016).

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://e.lanbook.ru>.
2. <http://exponenta.ru>»[map.asp](#)
3. knigafund.ru.
4. math-portal.ru.
5. <http://www.mailcleanerplus.com/profit/elbib/obrlib.php> – электронная библиотека;
6. www.edu.ru/db/portal/spe/index.htm – федеральный портал российского образования.

8.1 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Методические указания по изучению дисциплины являются комплексом рекомендаций и разъяснений для аспиранта, которые позволяют ему должным и оптимальным образом организовать процесс изучения дисциплины.

Виды учебных занятий и формы контроля	Организация деятельности студента (Методические рекомендации)
Лекция	Написание конспекта лекций: краткое, схематичное, последовательное фиксирование основных положений, выводов, формулировок, фактов, обобщений; выделение ключевых слов, терминов, понятий. Обозначение вопросов, терминов, материала, вызывающего трудности. Нахождение ответов на вопросы лекционного материала. Для этого проработать материалы лекции с учебной и научной литературой. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии. Общее время отводимое на содержательную проработку лекционного материала, в том числе самостоятельно и контактную работу с преподавателем – 1,5 часа.
Практические занятия	При подготовке к практическим занятиям, проработать теоретический материал лекций. Особое внимание уделить формулам, понятиям,

	<p>теоремам, их взаимосвязям. Выполнить несколько простейших упражнений, в том числе заданных преподавателем как домашнее задание. Также сделать конспект литературных источников, в том числе с указаниями и решениями задач. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы, работа с текстом. Решение расчетно-графических заданий, типовых задач, решение задач по алгоритму. Если самостоятельно не удастся разобраться в примерах и задачах, необходимо отметить нерешенные задачи и совместно решить их с преподавателем на консультации, на практическом занятии. Общее время отводимое на содержательную подготовку к практическим занятиям, в том числе самостоятельно и контактную работу с преподавателем – 2 часа.</p>
Контрольная работа/ типовые расчеты/ тестовые задания	<p>При подготовке к указанным видам занятий, необходимо проработать весь материал теоретического и практического курса, соотносимый с конкретным видом занятия. Ознакомиться с образцами задач и примеров конкретного вида занятия, с их содержанием. Решить образцы вариантов конкретного вида текущего контроля. После выполнения указанных видов занятий, проделать работу над ошибками.</p>
Реферат/ сообщение	<p>Реферат: Поиск литературы и составление библиографии, использование от 3 до 5 научных работ, изложение мнения авторов и своего суждения по выбранному вопросу; изложение основных аспектов проблемы. Ознакомиться со структурой и оформлением реферата.</p> <p>Сообщение: Изучение научной, учебной, другой литературы по теме сообщения. Отбор необходимого материала; формирование выводов и разработка конкретных рекомендаций по решению поставленной цели и задачи; проведение теоретических практических исследований по теме сообщения.</p>
Коллоквиум	<p>Работа с конспектами лекций и практических занятий, подготовка ответов к контрольным вопросам теоретического и практического характера по указанным разделам.</p>
Подготовка к экзамену	<p>При подготовке к экзамену (зачету) необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др. При этом детально и содержательно проработать каждый материал лекции и практического занятия, вопросов вынесенных на самостоятельную работу. Уметь ориентироваться в схеме доказательств теорем и других утверждений данной дисциплины. Ознакомиться с перечнем вопросов к экзамену.</p>

9.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Весь лекционный курс построен на основе современных образовательных технологий. Лекции читаются с применением современных средств демонстрационных ММ-презентаций. Часть, лекций проводится в интерактивной форме взаимодействия с аспирантами. Получение профессиональных знаний осуществляется путем изучения предусмотренных учебным планом разделов дисциплины не только на лекциях, но и семинарских занятиях.

Семинарские занятия проводятся в интерактивной форме, аспиранты готовят

презентации, доклады, обмениваются мнением по проблематике семинара. Предусматривается самостоятельная работа с литературой. Изучение каждого раздела заканчивается подготовкой рефератов или тестовым контролем.

10. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Учебная аудитория находится по адресу 369200, Карачаево-Черкесская Республика, г. Карачаевск, ул. Ленина, 29. Учебный корпус №4, ауд.406. Данная аудитория предназначена

для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, для организации и проведения практической деятельности, научно-исследовательской работы.

Специализированная мебель:

столы ученические, стулья, доска, стол-тумба, трибуна.

Технические средства обучения:

телевизор LG , персональный компьютер с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Лицензионное программное обеспечение:

- Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная
- Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная
- ABBY Fine Reader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
- Calculate Linux (внесён в ЕРРП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
- Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная

Kaspersky Endpoint Security (Лицензия № 280E-210210-093403-420-2061), с 03.03.2021 по 04.03.2023г.

11. Лист регистрации изменений

Изменение	Дата и номер протокола ученого совета факультета/ института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений в ОПВО	Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения в ОПВО